

## CAUCES ESTABLES CON LECHO MÓVIL

Luis Angel Gómez Cunya  
Facultad de Ingeniería Civil, Sección de Post Grado, Laboratorio  
Nacional de Hidráulica - Universidad Nacional de Ingeniería  
Email : gomezcunya@hotmail.com

### RESUMEN

*Lo que se pretende en el presente trabajo es aportar alguna información reciente existente acerca del tema de los "Cursos Estables con Lecho Móvil" los cuales son expuestos con un enfoque del problema y un método de solución planteado. Debe mencionarse que el presente trabajo no representa todas las condiciones y variaciones en las características del comportamiento del flujo en la naturaleza, pues este es bastante complejo, pero sí considera varios de ellos, además el ingeniero debe saber que la aplicación del modelo presentado para el diseño de estos cauces debe hacerse tomando en consideración las asunciones bajo las cuales fue desarrollado. El trabajo contiene un breve enfoque del problema de los "Cursos Estables con Lecho Móvil" además se presenta un modelo numérico que considera la difusión de momentum y permite el transporte de sedimento por el lecho del cauce, con el desarrollo de ecuaciones y planteos desarrollados mediante la calibración del modelo en numerosas simulaciones (Vigilar y Diplas 1998), se comparan también los resultados producidos por este modelo con los producidos por el método más usual que es el del "coseno" y por otro que es el del "threshold channel" (al que llamaremos "cauce límite"), y además se incluyen ejemplos de diseño y la aplicación a dos ríos peruanos con las respectivas comparaciones y análisis de los parámetros de diseño.*

### ABSTRACT

*What is sought work presently is to contribute some existent recent information about the topic of the "Stable Channels with Mobile Channel" which are exposed with a focus of the problem and an outlined solution method. It should be mentioned that the present work doesn't represent all the conditions and variations in the characteristics of the behavior of the flow in the nature, because this it is quite complex, but yes it considers several of them, the engineer should also know that the application of the pattern presented for the design of these beds should be made taking in consideration the assumptions under which it was developed. The work contains a brief focus of the problem of the "Stable Channels with mobile Channel" a numeric model is also presented that considers the momentum diffusion an it allows the silt transport for the bed of channel, with the development of equations and planteos developed by means of the calibration of the pattern in numerous runs (Vigilar and Diplas 1998), the results taken place by this model with those taken place by the most usual "cosine" method are also compared and for another that is that of the "threshold channel" (that we will call "cauce-limite"), design examples and the application are also included to two Peruvian rivers with the respective comparisons and analysis of the design parameters.*

### INTRODUCCIÓN

Este modelo difiere de los modelos previamente desarrollados en el aspecto que tiene en cuenta el fenómeno de difusión de momentum. La difusión lateral de momentum del centro de un cauce hacia sus bancos causa una significativa redistribución de esfuerzos de corte que actúan en el contorno del cauce. Esto produce un perfil del cauce continuamente encorvado que puede describirse adecuadamente por un polinomio de sexto grado. Es sustancialmente dife-

rente de los normalmente usados como del perfil del "coseno" propuesto con anterioridad (Glover y Florey 1951; Raudkivi 1990). También se ha encontrado que cuando se considera la difusión de momentum para un cauce del "coseno", este resulta ser inestable. Hay regiones en los bancos de un cauce del "coseno" donde el esfuerzo de corte excede al esfuerzo crítico, este valor del esfuerzo requiere que las partículas del contorno entren en movimiento. Así estas regiones expe-

rimentarían erosión. Las diferencias entre el cauce del “coseno” y el recientemente desarrollado “cauce-límite” (threshold channel) se ilustra bien por medio de un ejemplo numérico. Considerando un cauce que tiene una pendiente  $S = 0,00081$  y con un contorno compuesto de sedimento con las propiedades siguientes: coeficiente de fricción estática de Coulomb  $\mu = 0,84$ ; coeficiente de arrastre  $\beta = 0,85$ ;  $d_{90} = 75$  mm, y  $d_{50} = 45$  mm, siendo  $d_{90}$  y  $d_{50}$  el tamaño de grano que clasifica según tamaño tal que 90% y 50% del sedimento son más finos, respectivamente. El área de la sección transversal descrita por el modelo numérico del “cauce límite” para un cauce semejante es 2,2 veces más grande que un cauce definido por el del “coseno” bajo las mismas condiciones. También transporta una descarga que es 2,33 veces mayor (Vigilar y Diplas 1992). Contrariamente a las asunciones iniciales, los dos cauces poseen las secciones transversales significativamente diferentes. La difusión de momentum, que también es considerada por el modelo de “cauce-límite” produce esfuerzos disminuidos en la región central, permitiendo así una profundidad de flujo mayor, al mismo tiempo, aumentan las tensiones en las regiones de banco superiores, obligando a los bancos a tener las pendientes más suaves para prevenir la erosión. El resultado, al aplicar la difusión de momentum es un cauce que es más profundo y más extenso que el cauce del “coseno”. Esta conducta es típica, y por consiguiente tiene implicancias importantes cuando se diseñan cauces que transportan agua en ausencia de movimiento de sedimento.

El modelo del “cauce-límite”, sin embargo, tiene limitaciones en su aplicabilidad a los ríos naturales. Durante los flujos relativamente grandes, estos cauces transportan cantidades considerables de sedimento a lo largo de una región del lecho central, mientras mantienen los bancos estables, Kellerhals (1967); Parker (1978). Wolman y Brush (1961) y Stebbings (1963), entre otros, han demostrado en pruebas de laboratorio que los cauces estables son capaces de transportar sedimento. Un “cauce-límite”, por otro lado, no puede soportar movimiento de sedimento puesto que todas las partículas sobre su contorno están estáticas. Su forma continuamente curva es así incompatible con el transporte del sedimento. Una representación más realista de un río de arena gruesa sería un cauce con una región de flat-bed atada a bancos curvos (Fig. 1). Para un cauce semejante, es posible tener esfuerzos que excedan el valor crítico sobre la región del flat-bed (lecho plano), que van disminuyendo a me-

didada que uno se mueve del centro del cauce al punto de la unión del flat-bed con la región de los bancos, y entonces los esfuerzos son o están por debajo del esfuerzo crítico local encima de la región de los bancos. Esta distribución de esfuerzos que resulta cuando la difusión de momentum es considerada, permitiría tener transporte de sedimento sobre la región del flat-bed, mientras esto está impedido sobre la región de los bancos. Esto es el “banco estable con lecho móvil, condición observada en los ríos de la arena gruesa. Un cauce estable óptimo sería un cauce cuyos bancos están compuestos de partículas en la que todas están al borde del movimiento. Semejante cauce se establece en el campo o laboratorio por medio de una descarga máxima o de formación. Aumentando esta descarga se produciría la erosión de los bancos para ensanchar el cauce y acomodar este flujo mayor.

Determinar la geometría de un cauce estable óptimo no es una materia trivial de conectar una región de flat-bed de anchura arbitraria a bancos que siguen un perfil de cauce-límite. Para los cauces estrechos (narrow channel), la región del flat-bed causa una disminución en el momentum que se difunde hacia los bancos y afecta significativamente en la determinación de la sección del cauce. Si se asumieran que los bancos del cauce del flat-bed tuvieran una forma de cauce-límite, estos bancos, que experimentaron el esfuerzo crítico para el caso de “cauce-límite”, se sujetarían ahora a los esfuerzos debajo del corte crítico local. Esto significa que los bancos pueden permitirse ahora tener pendientes empinadas, y serían así los “narrower”. Se espera que dentro de un cierto rango, la cantidad de momentum difundida hacia los bancos dependerá de las dimensiones del ancho de la región del flat-bed. La forma y anchura de los bancos del cauce estable óptimo van a variar así con el ancho del flat-bed. Para los cauces anchos (wide channel), sin embargo, la cantidad de momentum que se transfiere a los bancos deja de ser una función de anchura del lecho (Vigilar y Diplas 1997).

Varios investigadores han desarrollado modelos para predecir la geometría de cauces estables óptimos. Pizzuto (1990) y Kovacs y Parker (1994) han desarrollado modelos que generan cauces en equilibrio asumiendo perfiles iniciales del cauce, y simulando su evolución con el tiempo. Parker (1978) consideró la difusión de momentum en su formulación y usó las técnicas de perturbación singulares para obtener una geometría del cauce. Sin embargo, en lugar de generar un perfil del banco, él lo aproximó con una curva del coseno. El presente modelo, que considera la di-

fusión de momentum y permite transporte de sedimentos por su lecho (Vigilar y Diplas 1997, 1998), por otro lado, deriva el perfil del cauce estable óptimo directamente, resolviendo las ecuaciones gobernantes de equilibrio. El perfil del banco y distribución de tensión son determinados resolviendo las ecuaciones acopladas de difusión de momentum del fluido y equilibrio de fuerzas de la partícula (solución del banco). La anchura de la región del flat-bed es determinada resolviendo la ecuación de difusión de momentum del fluido encima de la región del flat-bed (solución del lecho), mientras se asegura que las condiciones en la unión del flat-bed con las regiones de banco es tal que las soluciones del banco y el lecho están aseguradas. Una vez que la geometría del cauce ha sido determinada, la completa distribución del esfuerzo de corte en el contorno del cauce también habrá sido determinada.

**ASUNCIONES**

Asumiremos un cauce recto, con una sección transversal simétrica respecto a su centro. Se asume que la sección transversal es constante a lo largo de la longitud del cauce. El cauce tiene una región de flat-bed central de anchura  $B_f$ , dos regiones del banco encorvando de anchura total  $B_s$ , y una anchura entre cimas  $B = B_s + B_f$  (Fig. 1). Tiene una profundidad del centro  $D_c$ , y una pendiente longitudinal  $S$ . El contorno del cauce está constituido por sedimento grueso no cohesivo. El material del cauce se especifica por un coeficiente de fricción  $\mu$ , un coeficiente de arrastre  $\beta$ , y el tamaño del grano  $d_{90}$  y  $d_{50}$ . El transporte del sedimento sólo ocurre en la forma de carga de lecho en la región del flat-bed central. El transporte del sedimento en suspensión es considerado despreciable y no se tienen en cuenta los efectos de vegetación del banco. Los efectos de corrientes secundarias son omitidos.

**FORMULACIÓN**

Sólo la mitad de la sección transversal del cauce necesita ser considerada para la determinación de la geometría completa puesto que es simétrico sobre su centro. La ubicación de cualquier punto en el contorno del cauce se define por su profundidad debajo de la superficie de agua  $D$ , y su distancia lateral del centro del cauce  $y$  (Fig.1). La tensión del corte  $\tau$  se expresa

en la forma de una profundidad de tensión  $\delta = \tau/\rho g S$  donde  $\rho$  es la densidad de agua y  $g$  es la aceleración debido a la gravedad. Los términos son adimensionalizados para hacer la solución general más aplicable.

Las ecuaciones básicas usadas en este estudio son las ecuaciones de difusión de momentum fluido y ecuaciones de equilibrio de fuerzas de partícula.

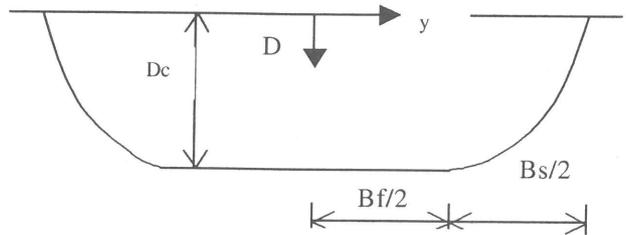


Fig. 1 Definición del cauce

La ecuación difusión de momentum está basado en el trabajo hecho por Parker (1978) y Lundgren y Jonsson (1964). Este da el valor de tensión de corte ejercido por el fluido en un punto dado en el contorno del cauce. Parker sugirió que la tensión de corte  $\tau$  puede expresarse como:

$$\tau = \rho g S \frac{dA}{dP} - \frac{d}{dP} \left( \int_0^{D_n} \rho \overline{u'v'} dz + \int_0^{D_n} \rho UV dz \right) \quad (1)$$

Donde  $A$  = área de la sección transversal;  $U$  = velocidad media en la dirección aguas abajo;  $V$  = la velocidad media en dirección de la sección transversal;  $D_n$  = profundidad normal;  $P$  = perímetro mojado;  $u'$  = velocidad fluctuante en la dirección aguas abajo;  $v'$  = velocidad fluctuante en la dirección de la sección transversal; y  $z$  = distancia normal del lecho del cauce.

El valor de tensión de corte dado por el método del área (primer término) tiene que ser corregido para los efectos de difusión de momentum (segundo término) y las corrientes secundarias (tercer término). Lundgren y Jonsson sugirieron que el efecto de las corrientes secundarias es el más débil de entre los dos y puede descuidarse en un análisis del primer orden. Tominaga (1989), entre otros, ha observado que la velocidad máxima de las corrientes secundarias no excede el 1,5% de la velocidad máxima en la dirección aguas abajo. Así, la simplificación está justificada.

Además para concluir, ellos usaron dos asunciones, con la limitación que el cauce tiene curvatura de lecho lateral pequeña. La primera asunción es que las líneas de tensión de corte de la sección transversal y el flujo de momentum son ortogonales a las isovelocidades (Leighly 1932). El segundo es que la ley de logarítmica de contorno rugoso para los lechos planos y las tuberías se aplican en todo el flujo a lo largo del lecho (Keulegan 1938). Aplicando estas asunciones, extendiendo (1), y expresándolo en términos de una profundidad de esfuerzo adimensional  $\delta^*$ , se obtiene la forma siguiente de la ecuación de difusión de momentum:

$$\delta^* = A_1^{0.5} D \left( 1 + \frac{1}{2} A_2 \right) + D^2 \psi \frac{d^2 \delta^*}{dy^{*2}} + \left[ (A_2 + 2) \mu D^* \frac{dD^*}{dy^*} + D^2 \frac{d\psi}{dy^*} \right] \frac{d\delta^*}{dy^*} \quad (2)$$

Donde:

$$D^* = \left( \frac{D}{D_c} \right); \quad \delta^* = \left( \frac{\delta}{D_c} \right); \quad y^* = \left( \frac{y}{D_c} \right);$$

$$\psi = \left[ \frac{4+j}{24(2-j)} \ln \left( 30 \frac{D_n}{k} \right) - \frac{5}{36(2-j)} \right] \left[ 1 + \frac{1}{2 \ln(30 D_n / k) - (17/3)} \right]$$

Donde:

$D_n$  = Profundidad normal; y  $k = d_{90}$  = equivalente a la rugosidad del grano de arena

$$j = -D_n \frac{d^2 D}{dy^2} \left/ \left( 1 + \frac{dD^2}{dy} \right)^{1.5} \right.;$$

$$\frac{d\psi}{dy^*} = \frac{[10 - 3A_4(4 - A_2)]}{36(A_2 + 2)[2A_4 - (17/3)]^2} \left( \frac{A_5}{A_3} \right) \left( \frac{30}{k^*} \right) + \left[ 1 + \frac{1}{2A_4 - (17/3)} \right] C;$$

$$C = \frac{(4 - A_2)}{24(A_2 + 2)} \left( \frac{A_5}{A_3} \right) \left( \frac{30}{k^*} \right) + \left( \frac{5}{36} - \frac{A_4}{2} \right) \left[ \frac{A_6}{(A_2 + 2)^2} \right];$$

$$k^* = \frac{k}{D_c}; \quad A_1 = \left( \frac{dD^*}{dy^*} \right)^2 + 1;$$

$$A_2 = \frac{D^*}{A_1} \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}}; \quad A_3 = \frac{30 D^* A_1^{0.5}}{k^*};$$

$$A_4 = \ln(A_3); \quad A_5 = (A_2 + 1) A_1^{0.5} \frac{dD^*}{dy^*};$$

$$A_6 = \left[ (1 - 2A_2) \frac{dD^*}{dy^*} \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}} + D^* \frac{d^3 D^*}{dy^{*3}} \right] / A_1$$

Estas expresiones fueron desarrolladas en la publicación realizada por Diplas y Vigilar (ASCE-1992).

La ecuación de equilibrio de fuerzas derivada por Ikeda (1982). Da el valor de la tensión del corte crítica en un punto dado del contorno del cauce, es decir, la tensión necesaria para poner una partícula al borde del movimiento.

$$\delta_{crb}^* = \left[ \frac{-r\mu / A_1^{0.5} + A_8^{0.5}}{(1-r)\mu} \right] \delta_{cr}^* \quad (3)$$

Donde:

$\delta_{crb}^* = (\delta_{crb} / D_c)$ ;  $\delta_{cr}^* = (\delta_{cr} / D_c)$  = la profundidad de tensión de banco crítica;  $\delta_{cr}$  = profundidad de tensión de lecho crítica;  $r = \mu\beta$ ;  $A_7 = \mu^2 - r^2 + 1$ ; y  $A_8 = (A_7 / A_1) + r^2 - 1$ .

Todas las partículas que quedan en el contorno de la región de banco están en un estado de movimiento incipiente. Esto significa que la geometría de la región de banco es tal que en cada uno y cada punto en los bancos del cauce, la tensión ejercida por el agua que fluye en una partícula del cauce es igual a la tensión crítica local. Para satisfacer esta condición, y por consiguiente definir la geometría de la región de banco, (2) y (3) se combina. La ecuación gobernante que resulta para la región de banco es:

$$\frac{d^3 D^*}{dy^{*3}} = \frac{D_{3a} + D_{3b}}{D_{3c}} \quad (4)$$

Donde:

$$D_{3a} = \frac{\delta^*}{\psi D^{*2}} - \left[ \frac{(\psi_1 + A_{12})}{\psi} + \frac{dD^*}{dy^*} \frac{(A_2 + 2)}{D^*} \right] \frac{d\delta^*}{dy^*} - \frac{A_1^{0.5}}{\psi D^*} \left( 1 + \frac{1}{2} A_2 \right);$$

$$D_{3b} = \left\{ 2 \left( \frac{dD^*}{dy^*} \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}} \right)^2 \left[ \frac{1.5r\mu}{A_1^{2.5}} + A_7 \left( \frac{A_7}{2A_8^{1.5} A_1^4} - \frac{2}{A_8^{0.5} A_1^3} \right) \right] - A_7 \left( \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}} \right)^2 \right\} \frac{\delta_{cr}^*}{(1-r)\mu};$$

$$D_{3c} = \frac{A_9 \delta_{cr}^*}{(1-r)\mu} \frac{dD^*}{dy^*} + \left( \frac{5}{36} - \frac{A_4}{4} \right) \left( \frac{A_{10} D^*}{A_{11} \psi} \frac{d\delta^*}{dy^*} \right);$$

$$\psi_1 = \frac{10 - 3A_4(4 - A_2)}{3636(A_2 + 2)[2A_4 - (17/3)]^2} \left( \frac{A_5}{A_3} \right) \left( \frac{30}{k^*} \right);$$

$$A_9 = \frac{r\mu}{A_1^{1.5}} - \frac{A_7}{A_1^2 A_8^{0.5}}; \quad A_{10} = 1 + \frac{1}{2A_4 - (17/3)}$$

$$A_{11} = (2 + A_2)^2 A_1;$$

$$A_{12} = A_{10} \left[ \frac{4 - A_2}{24(A_2 + 2)} \left( \frac{A_5}{A_3} \right) \left( \frac{30}{k^*} \right) + \left( \frac{5}{36} - \frac{A_4}{4} \right) \frac{(1 - 2A_2)}{A_{11}} \frac{dD^*}{dy^*} \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}} \right]$$

A continuación se presentan ploteos que pueden usarse para determinar las dimensiones significativas y forma del banco de un cauce estable basado en numerosas simulaciones que usan al modelo numérico (Vigilar y Diplas 1997) que se presentó anteriormente. Esto fue hecho para darle una alternativa rápida y fácil al diseñador al ejecutar el modelo numérico.

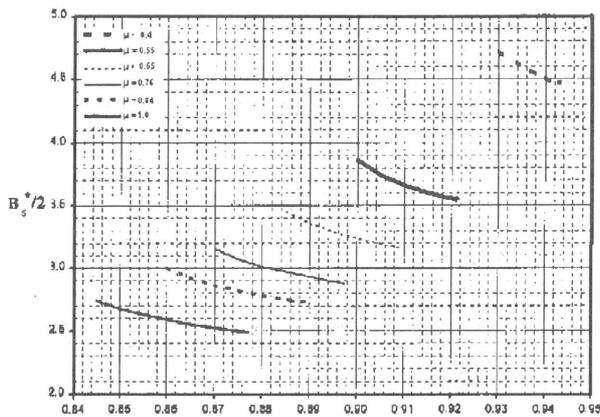


Fig. 2 Variación del ancho de medio banco adimensional  $B_s^*/2$  con la profundidad de tensión crítica adimensional  $\delta_{cr}^*$  para diferentes valores de coeficiente de fricción  $\mu$ .

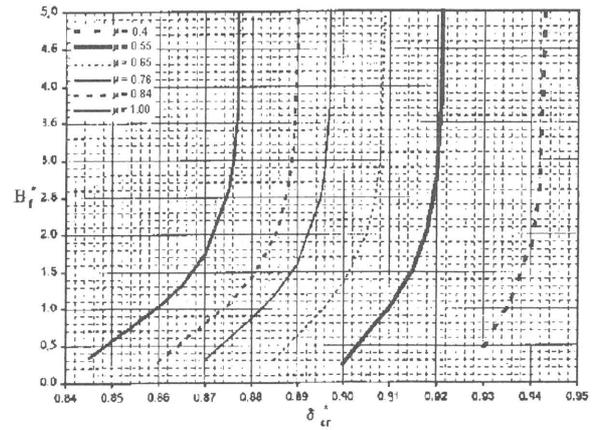


Fig. 3 Variación del ancho adimensional del flatbed  $B_f^*$  con la profundidad de tensión crítica adimensional  $\delta_{cr}^*$  para diferentes valores de coeficiente de fricción  $\mu$

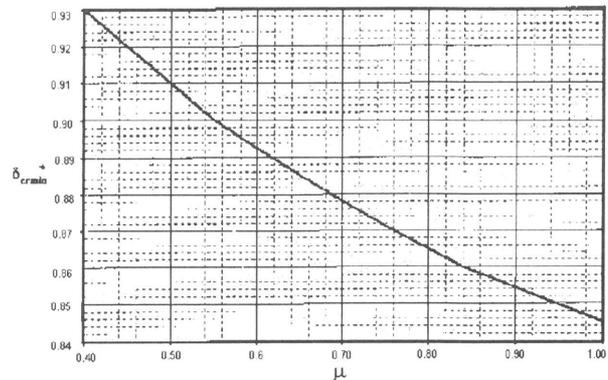


Fig. 4 Variación de  $\delta_{cr_{min}}^*$  con  $\mu$

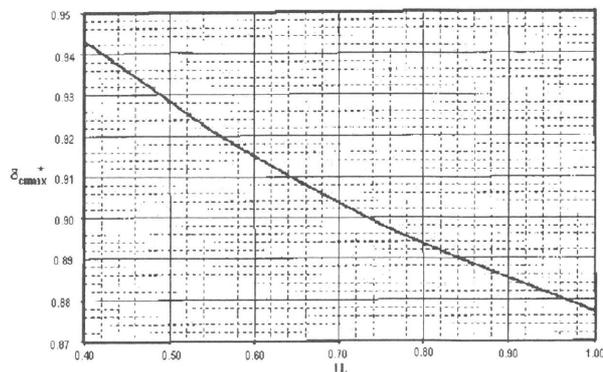


Fig. 5 Variación de  $\delta_{cr_{max}}^*$

## APLICACIÓN A RIOS PERUANOS

### ASPECTOS GENERALES

A continuación se usarán ejemplos que representan dos situaciones reales para ejemplificar cuán importante es el criterio del diseñador y los parámetros que se consideran en el diseño. Como en los ejemplos del capítulo anterior los datos de entrada para el diseño de un cauce estable son: las características del material del lecho (tamaño del grano  $d_{90}$  y  $d_{50}$  y coeficiente de fricción  $\mu$ ) la descarga de agua de banco lleno  $Q$ , la tensión de corte crítica adimensional  $\tau_{cr}^*$  del lecho, y pendiente del lecho del cauce. Los resultados proporcionados por el modelo incluyen la profundidad del cauce  $D_c$ , la anchura entre cimas del cauce  $B$  (así como la anchura del banco  $B_s$  y anchura del flatbed  $B_f$ ), y la forma de los bancos.

El primer ejemplo es el del río Rimac perteneciente al departamento de Lima, para lo cual se utilizan datos proporcionados por la Dirección General de Aguas y Suelos DGAS-INRENA, los cuales se muestran. El segundo ejemplo es el del río Muyurina perteneciente al departamento de Ayacucho, en este caso se utilizan datos de campo recogidos por el Autor del presente trabajo.

### CAUCE ESTABLE PARA EL RIO RIMAC

El cauce está compuesto de material semiangular y cantos rodados como se muestran en las fotografías 1 y 2 para este material se puede asumir  $\mu = 0,76$ ; para los tamaños representativos del material del lecho se toman en cuenta los resultados de los análisis granulométricos de acuerdo a la clasificación ASTM-D 421 realizados en los laboratorios de Mecánica de Suelos de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería que se muestran, podemos asumir como promedio de estas curvas los diámetros representativos de grano siguientes:  $d_{90}=62\text{mm}$ , y  $d_{50}=23\text{ mm}$ . Para este tramo se tiene una pendiente longitudinal  $S = 0,008$  y asumiremos que requiere soportar una descarga de avenidas, que por datos obtenidos de la DGAS-INRENA, es  $Q=560\text{m}^3/\text{s}$ .

Asumiendo un coeficiente de arrastre  $\beta = 0,85$ ; peso específico del sedimento  $\gamma_s=2667\text{kg}/\text{m}^3$  y la tensión de corte crítica adimensional  $\tau_{cr}^* = 0,05$ ; ahora se requiere determinar las dimensiones y forma del cauce.

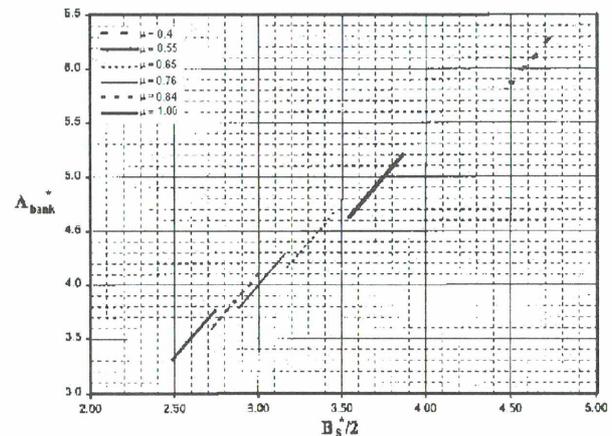


Fig. 6 Variación del área adimensional de la sección transversal del banco  $A_{bank}^*$  con el ancho adimensional de medio banco  $B_s^*/2$

### Solución:

1. Asumimos el tamaño del cauce y resolvemos para  $D_c$ . Asumiendo que este es un cauce ancho, de la Fig. 5,  $\delta_{cr}^* = 0,897$ . Usando la ecuación;

$$D_c = \frac{R_s \tau_{cr}^* d_{50}}{S \delta_{cr}^*}$$

$$D_c = 0,267\text{m}.$$

2. Resolvemos para  $B_s$ . Usando la Fig. 4,  $B_s^* = 5,76$ . Esto significa que  $B_s = B_s^* D_c = 1,54\text{m}$ .
3. Para  $B_f$ . La Fig. 7 da:

$$Q_{bank}^* = 9,14; \quad Q_{bank} = 2,44\text{m}^3 / \text{s}.$$

$$Q_f = Q - Q_{bank} = 557,56\text{m}^3 / \text{s}.$$

Asumiendo  $B_f^* = 5,0$ ; el valor mínimo para el cauce ancho. Sustituyendo esto en la Ecuación.

$$Q_f = 5\sqrt{gSD_c^5} \ln\left(\frac{11}{k^*}\right) \left[ \frac{B_f^*}{2} + \sqrt{\psi_0} (\delta_{cr}^* - 1) \tanh\left(\frac{B_f^*}{2\sqrt{\psi_0}}\right) \right]$$

$Q_f = 0,484\text{ m}^3/\text{s}$ . Debido a que este valor es menor que el valor requerido de  $557,56\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $B_f^*$  es mayor que  $5,0$ , y la asunción que el cauce es ancho es correcta. Resolviendo la ecuación anterior por ensayo y error (iteración),  $B_f^* = 5602$ . Por consiguiente,  $B_f = B_f^* D_c = 1495,7\text{m}$ .

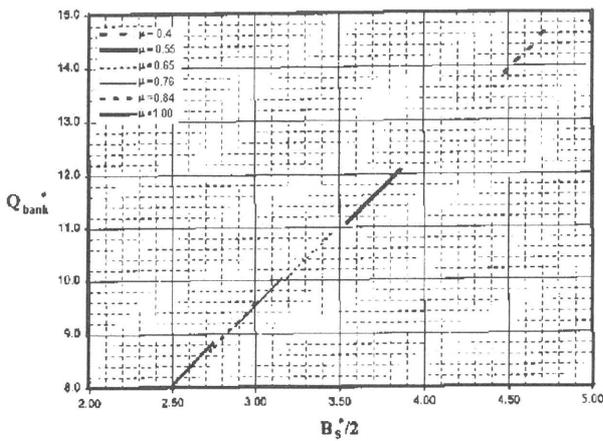
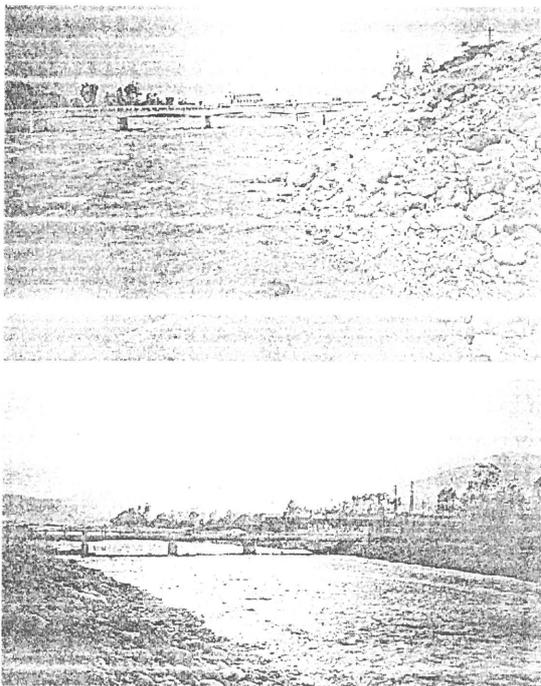


Fig. 7 Variación de la descarga adimensional de la sección transversal del banco  $Q_{bank}^*$  con el ancho adimensional de medio banco  $B_s^*/2$

- Resolvemos para B. La anchura del cauce entre cimas  $B = D_c(B_f^* + B_s^*) = 1497,24$  m. En esta instancia suspendemos el cálculo para observar el resultado obtenido para el ancho del cauce, como vemos, este valor es bastante alto en comparación a las dimensiones observadas en campo, pues el ancho del cauce real no excede los 150 m.



Fotografías 1 y 2 del cauce del río Rimac. Se puede observar la presencia de material granular mayor a las 3'' de diámetro representativo y también el ancho del cauce

Ahora asumimos que el caudal de avenidas máximas asumido, no es el que forma el cauce, entonces ahora asumimos un caudal menor, por ejemplo  $150,00\text{m}^3/\text{s}$ , para este valor, obtenemos un ancho de  $B_f^* = 1483$ ,  $B_f = 395,96\text{m}$  y  $B = 397,50\text{m}$ . como podemos observar, al ancho calculado del cauce aún sigue siendo grande, luego al analizar el modelo, otro parámetro que es determinante en los resultados es el tamaño representativo del material constituyente del lecho. De la descripción del cauce se sabe que en los bancos o riveras se existen piedras de hasta 1,50m de diámetro representativo tal como se puede observar en las fotografías adjuntas (1 y 2), esto nos lleva a concluir que el diámetro representativo asumido no es el correcto y por tanto los resultados de las pruebas de clasificación ASTM-D 421 no fueron bien usadas. Este es un buen ejemplo de cómo influyen en los resultados la determinación de cada uno de los parámetros que se consideran en el diseño.

### CAUCE ESTABLE PARA EL RÍO MUYURINA

Este cauce también está compuesto de material semiangular y cantos rodados como se muestran en las fotografías 3 al 5, para este material podemos asumir  $\mu = 0,70$ , para los tamaños representativos del material del lecho se toman en cuenta los resultados de los análisis granulométricos empíricos realizados por el tesista en varios puntos del río como se muestran en las fotografías, de este análisis podemos asumir como promedio los diámetros representativos de grano siguientes:  $d_{90} = 110\text{mm}$ , y  $d_{50} = 45\text{mm}$ . Para este tramo se tiene una pendiente longitudinal  $S = 0,0076$  y de acuerdo a las marcas de agua asumiremos que requiere soportar una descarga de formación  $Q = 22,00\text{m}^3/\text{s}$ . Asumiendo un coeficiente de arrastre  $\beta = 0,85$ , peso específico del sedimento  $\gamma_s = 2650\text{kg}/\text{m}^3$  y la tensión de corte crítica adimensional  $\tau_{cr}^* = 0,05$ , ahora se requiere determinar las dimensiones y forma del cauce.

### Solución:

- Asumimos el tamaño del cauce y resolvemos para  $D_c$ . Asumiendo que este es un cauce ancho, de la Fig. 5,  $\delta_{cr}^* = 0,9039$ . Usando la ecuación:

$$D_c = \frac{R_s \tau_{cr}^* d_{50}}{S \delta_{cr}^*};$$

$$D_c = 0,54m.$$

2. Resolvemos para  $B_s$ . Usando la Fig. 3, con  $\mu = 0,70$  en:

$$c_2 = 129,133\mu^{-1,973}$$

$$c_1 = -229,736\mu^{-2,043}$$

$$c_0 = 104,425\mu^{-2,094}$$

obtenemos  $c_2=261,01$ ,  $c_1= -476,095$  y  $c_0=220,38$  que en:

$$B_s^* / 2 = c_2 \delta_{cr}^{*2} + c_1 \delta_{cr}^* + c_0;$$

resulta  $B_s^* = 6,58$ . Esto significa que:

$$B_s = B_s^* D_c = 3,55m$$

3. Verificamos el tamaño del cauce y resolvemos para  $B_f$ . La Fig.7 da:

$$Q_{bank}^* = 10,38; \quad Q_{bank} = 5,61m^3 / s.$$

$$Q_f = Q - Q_{bank} = 16,39m^3 / s.$$

Asumiendo  $B_f^* = 5,0$ , el valor mínimo para el cauce ancho. Sustituyendo esto en la Ecuación

$$Q_f = 5\sqrt{gSD_c^5} \ln\left(\frac{11}{k^*}\right) \left[ \frac{B_f^*}{2} + \sqrt{\psi_0} (\delta_{cr}^* - 1) \tanh\left(\frac{B_f^*}{2\sqrt{\psi_0}}\right) \right]$$

$Q_f = 2,85 m^3/s$ . Debido a que este valor es menor que el valor requerido de  $16,39 m^3/s$ ,  $B_f^*$  es mayor que  $5,0$ , y la asunción que el cauce es ancho es correcta. Resolviendo la ecuación anterior por ensayo y error,  $B_f^* = 28,10$  Por consiguiente,  $B_f = B_f^* D_c = 15,17m$ .



*Fotografías 3 y 4 del cauce del río Muyurina. Se puede observar la presencia de material granular mayor a las 3" de diámetro representativo.*

4. Resolvemos para  $B$ . La anchura del cauce entre cimas  $B = D_c(B_f^* + B_s^*) = 18,72 m$
5. Determinamos la forma del banco. El perfil del banco del cauce ancho se genera usando la ecuación:

$$D^* = -0,006d^{*3} - 0,068d^{*2} - 0,059d^* + 1,0015$$

los coeficientes que se toman son interpolados de la tabla 1.

Tabla.1 Coeficientes de la ecuación de perfil de banco

$D^* = a_3 d^{*3} + a_2 d^{*2} + a_1 d^* + a_0$  para diferentes valores de  $\mu$  y  $\delta_{cr}$

$\delta_{cr}^*$	a3	a2	a1	a0
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(a) $\mu = 0,4$				
0,93	0	-0,0411	-0,0135	+1,0001
0,935	0	-0,0412	-0,0236	+1,0004
0,940	0	-0,0412	-0,0307	+1,0008
0,945	0	-0,0413	-0,0342	+1,0009
(b) $\mu = 0,55$				
0,9	-0,0029	-0,0503	-0,018	+1,0003
0,905	-0,0027	-0,0527	-0,0299	+1,0006
0,91	-0,0025	-0,0547	-0,0366	+1,0008
0,915	-0,0022	-0,0565	-0,0416	+1,0010
0,921	-0,0019	-0,0586	-0,0463	+1,0011
(c) $\mu = 0,65$				
0,885	-0,0060	-0,0543	-0,0278	+1,0006
0,895	-0,0054	-0,0600	-0,0444	+1,0010
0,905	-0,0048	-0,0647	-0,0529	+1,0013
0,909	-0,0045	-0,0665	-0,0556	+1,0041
(d) $\mu = 0,76$				
0,87	-0,0105	-0,0544	-0,0365	+1,0009
0,88	-0,0101	-0,0610	-0,0531	+1,0014
0,89	-0,0095	-0,0662	-0,0621	+1,0017
0,897	-0,0090	-0,0701	-0,0662	+1,0018
(e) $\mu = 0,84$				
0,86	-0,0146	-0,0516	-0,0418	+1,0011
0,87	-0,0143	-0,0590	-0,0594	+1,0016
0,88	-0,0141	-0,0634	-0,0697	+1,0020
0,89	-0,0130	-0,0708	-0,0742	+1,0021
(f) $\mu = 1,00$				
0,845	-0,0233	-0,0466	-0,0571	+1,0016
0,855	-0,0237	-0,0531	-0,0738	+1,0022
0,865	-0,0236	-0,0589	-0,0828	+1,0025
0,875	-0,0230	-0,0656	-0,0884	+1,0028
0,875	-0,0230	-0,0656	-0,0884	+1,0028
0,878	-0,0226	-0,0683	-0,0892	+1,0028

Para completar el proceso de diseño, la proporción de transporte de carga de sedimentos en el lecho necesita ser determinada. Para este ejemplo de diseño discutido aquí, se usa arbitrariamente la ecuación de transporte de sedimento propuesta por Ashida-Michiue.

$$q_s = 17 \sqrt{R_s g d_{50}} d_{50} \tau_{ave}^{*3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{cr}^*}{\tau_{ave}^*} \right) \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{cr}^*}{\tau_{ave}^*}} \right) \quad (a)$$

Donde:

$q_s$  = transporte volumétrico de carga del lecho por unidad de anchura; y

$\tau_{ave}^*$  = tensión media adimensional de corte sobre la región del flatbed.

El valor para  $\tau_{ave}^*$  puede determinarse usando la ecuación siguiente:

$$\tau_{ave}^* = \left[ 1 + \frac{2(\delta_{cr}^* - 1)\sqrt{\psi_0}}{B_f^*} \tanh\left(\frac{B_f^*}{2\sqrt{\psi_0}}\right) \right] \left( \frac{\tau_{cr}^*}{\delta_{cr}^*} \right) \quad (b)$$

La ecuación anterior da un valor de 0,0556 para  $\tau_{ave}^*$ . Sustituyendo esto en (a) rinde una proporción de transporte de sedimento de 4,46E-5 m<sup>2</sup>/s. Debido a que se asume que el transporte de carga de sedimento ocurre encima de toda la anchura de la región del flatbed, la proporción total de transporte de sedimento será

$$Q_s = q_s B_f = 6,76E - 4m^3 / s.$$

Debe notarse que las relaciones de transporte de sedimentos presentada dependen de un valor medio de tensión de corte para determinar la carga de sedimento. Sin embargo, podría usarse el actual conocimiento de la distribución de tensión cortante sobre el contorno para determinar una variación detallada de la proporción de transporte de sedimento sobre el contorno del cauce, para lo cual debiera usarse una fórmula disponible de transporte de sedimento apropiada.

El cauce ancho diseñado usando el método gráfico se muestra en la Fig. 8. Como una base para la comparación, ahora también se diseñará para las mismas condiciones un cauce con un flatbed y bancos del coseno. Este está llamado como un cauce tipo A, y se usa a menudo en el diseño del cauce. Para este caso,  $\phi = 35^\circ$ . Las ecuaciones:

$$D_c = \frac{d_{50}}{20.2S}, \quad d_{50} \text{ está en metros} \quad (c)$$

$$B_s = \frac{\pi D_c}{\tan \phi} \quad (d)$$

$$A_{bank} = \frac{2D_c^2}{\tan \phi} \quad (e)$$

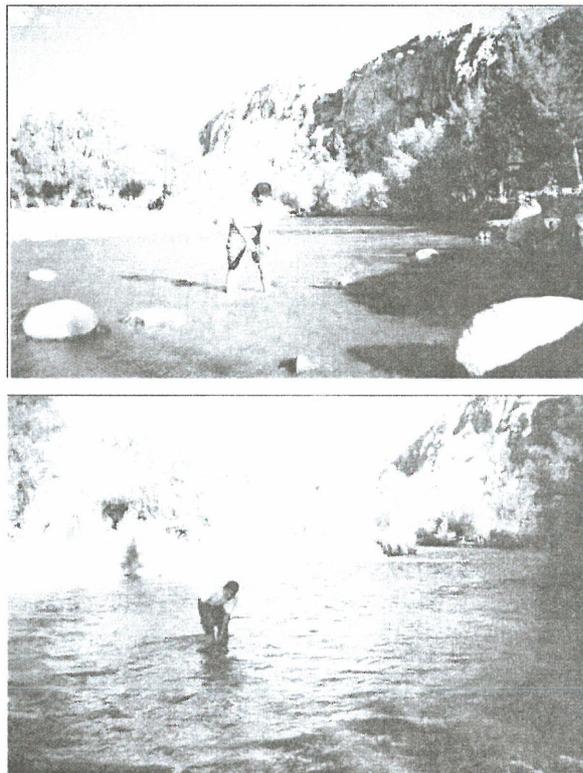
$$P_{bank} = \frac{2D_c E}{\sin \phi} \quad (f)$$

Donde:

$P_{bank}$  = perímetro mojado de la región de banco;  $\phi$  = ángulo de reposo del material; y  $\tan \phi = \mu$

$$E = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} \sin^2 \phi \right) \quad (g)$$

al reemplazar rinden  $D_c = 0,293m$ ,  $B_s = 1,316 m$ ,  $A_{bank} = 0,246 m^2$ , y  $P_{bank} = 1,474 m$ , respectivamente.



Fotografías del cauce del río Muyurina. (5) Medición del ancho del cauce. (6) Medición de las profundidades del cauce

Usaremos la ecuación de Manning para determinar la anchura del flatbed  $B_f$  del cauce

$$Q = \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{nP^{2/3}} \tag{h}$$

$$n = \text{coeficiente de aspereza} = \frac{d_{50}^{1/6}}{21.1}, d_{50} \text{ en mts} \tag{i}$$

$$A = \text{área de la sección transversal del cauce} \\ A = A_{bank} + B_f D_c \tag{j}$$

$$P = \text{perímetro mojado del cauce} = P_{bank} + B_f \tag{k}$$

La ec. (h) da un coeficiente de aspereza de 0,0283 que puede ser redondeado a 0,030 debido a algunas irregularidades del lecho. Todos los términos en (i) y (j) son conocidos salvo  $B_f$ . Sustituyendo éstos en (h) y notando que la descarga del cauce es de 22 m<sup>3</sup>/s produce la expresión siguiente:

$$22 = \frac{(0,246 + 0,293B_f)^{5/3} (0,0076)^{1/2}}{0,030(1,474 + B_f)^{2/3}}$$

Resolviendo esta ecuación por el ensayo y error,  $B_f = 66,30m$ . Por consiguiente, la anchura de cauce entre cimas del cauce  $B = B_s + B_f = 67,62m$ . El cauce tipo A diseñado se compara con el cauce estable óptimo en la Fig. 8. Debido a que las anchuras del cauce son más grandes que las profundidades correspondientes, las dimensiones verticales la figura se han exagerado. Esto permite una comparación visual buena entre los bancos de los dos cauces. El cauce estable óptimo es más profundo y tiene una región del banco significativamente más ancha que el cauce tipo A. El examen de la Fig. 8, así como de los valores de  $D_c$ , y  $B_s$  de ambos cauces, revela que los bancos del coseno son empinados. Debido a que todas las partículas en los bancos del cauce estable óptimo están al borde del movimiento, esto implica que los bancos del coseno son inestables. Una cosa más para anotar es que el diseño del cauce tipo A está basado en la asunción que el cauce sólo lleva el agua. Así, su

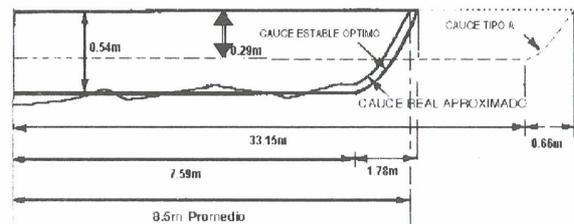


Fig. 8 Comparación entre el cauce Tipo A, el cauce ancho diseñado usando el método gráfico y el cauce real.

diseño no involucra cualquier método claro para el movimiento de carga de sedimento.

En este ejemplo obtuvimos dos valores distintos para el ancho del cauce B, uno correspondiente al modelo expuesto  $B=18,72m$ , y otro correspondiente al método del coseno o cauce tipo A con  $B=67,62m$ . que como podemos ver difieren grandemente. Sin embargo el modelo presentado se acerca más a las dimensiones reales del cauce, pues en la sección de estudio (Fotografías 6 y 7) se midió un ancho de 17,0m promedio y éste se compara con los valores calculados en la Fig. 11.2, de esta manera se prueba la habilidad predictiva del modelo.

## CONCLUSIONES

- Como una de las principales conclusiones tenemos que el tratamiento, análisis y diseño de una sección con material granular son muy complejos y los análisis teóricos, e incluso los experimentales son aproximaciones que se hacen al comportamiento real en la naturaleza.
- Inicialmente se presentó un modelo numérico que predice la geometría de un cauce que transporta carga de sedimentos encima de la región del flatbed, mientras mantiene estable sus bancos curvos (Vigilar y Diplas 1997). Este difiere significativamente de los modelos de cauce estables anteriores debido a que considera de forma consistente el fenómeno de difusión de momentum, que es el responsable de la conducta «banco estable, lecho móvil» observada en los ríos naturales.
- La habilidad predictiva del modelo es buena comparando resultados generados por este con datos experimentales disponibles, y datos de campo. Los valores calculados por el modelo, de la profundidad del centro  $D_c$  y la anchura total  $B$ , tuvieron buena concordancia con sus correspondientes valores observados en laboratorio y en campo por varios investigadores.
- Para proporcionarle medios prácticos de generar los resultados al ingeniero diseñador, sin tener que ejecutar el modelo numérico, se presentan ecuaciones y ploteos basados en simulaciones usando el modelo. Pueden combinarse estas ecuaciones y ploteos en una solución gráfica que es fácil llevar a cabo y rápidamente rinde las dimensiones de un cauce estable.
- Debe notarse que las asunciones usadas en el modelo numérico también se aplican para desarrollar las ecuaciones de diseño y ploteos. Estas ecuaciones y ploteos son válidas para un cauce simétrico recto con una sección transversal uniforme y un contorno compuesto de sedimento grueso no cohesivo cuyo tamaño evita la suspensión. Se asumen que los efectos de vegetación del banco y las corrientes secundarias pueden ser despreciables.
- Los valores de diseño obtenidos por la solución gráfica están en excelente concordancia con los valores correspondientes proporcionados por el modelo numérico. Esto significa que el método gráfico tiene una capacidad predictiva que es buena como la del modelo numérico y todavía es de uso más factible.
- Emplear el modelo expuesto para el cálculo de las dimensiones principales del cauce como la profundidad, el ancho de la región de los bancos, el ancho de la región del flatbed, el ancho total del cauce y la forma de los bancos, también puede decirse que, conociendo el ancho de la región del flatbed se puede calcular la cantidad de sedimento que éste podría transportar sobre su lecho utilizando la fórmula de transporte de sedimentos adecuada. En esto hay que tener en cuenta las consideraciones asumidas y expuestas para el modelo.
- Debe mencionarse además que se hicieron cálculos de secciones estables para los ríos Rimac y Muyurina pertenecientes a los departamentos de Lima y Ayacucho respectivamente, para el primero de ellos se tomó las distribuciones granulométricas según la clasificación ASTM-D 421, realizadas en laboratorio, que considera diámetros menores a 3" y se obtuvieron resultados con ancho de cauce  $B$  bastante mayores a los observados en campo, esto es, debido al  $d_{50}$  y  $d_{90}$  asumido para el material del lecho. En la descripción del cauce, en los documentos proporcionados por la DGAS-INRENA, se menciona que en él existe bolonería de hasta 1,50m de diámetro en algunos lugares del cauce, lo cual se puede observar en las fotografías correspondientes, esto demuestra que existe material de tamaño mayor a 3". Por consiguiente el uso de la distribución granulométrica ASTM-D 421 no produjo resultados adecuados para este caso. Para el caso del río Muyurina se hizo el diseño con datos de campo recogidos empíricamente por el Autor, los que se puede observar en las fotografías respectivas en las que vemos la presencia de material granular con diámetros representativos mayores a las tres pulgadas, lo cual es tomado en consideración para el diseño, produciendo estos datos resultados aceptables comparados con las dimensiones observadas en el campo.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Gómez Cunya, Luis Angel (2001) "Cursos Estables Con Lecho Móvil: Problema Y Solución" Tesis Para Optar El Título Profesional De Ingeniero Civil-UNSCH. Ayacucho, Perú.
2. Termier, Henri (1970) "Erosion And Sedimentation" London GB/D. Van Nostrand.
3. Coronado Del Águila, Francisco (1992) "Diseño y Construcción De Canales" Editorial El Monitor, Lima-Perú.
4. Rocha Felices, Arturo (1998) "Introducción a La Hidráulica Fluvial" Lima/Pe/UNI.
5. Sotelo Avila, Gilberto (1982) "Hidráulica General" Ed. Limusa México D.f.
6. Aguirre Pe, Julián (1974) "Hidráulica de Canales" Mérida Cidiat.
7. V.t. Chow (1982) "Hidráulica De Canales Abiertos" Ed. Limusa México D.f.
8. Edward A. Elevatorski (1959) "Hidraulic Dissipator" Mcgraw-hill Book Company, Inc.
9. Yoshito Tsuchiya (1967) "On The Mechanism Of The Local Scour From Flows Downstream Of An Outlet" International Association For Hydraulic Research.
10. Lambe, T. W. (1969) "Soil Mechanics" John Wiley & Sons, New York.
11. Roberson J.; Crowe T. (1980) "Engineering Fluid Mechanics" Houghton Mifflin Company, Eua.
12. Schlichting, h.henderson (1965) "Boundary Layer Teory" Mc Graw Hill.
13. Arturo Rocha Felices (1966) "Selección de las Escalas para un Modelo De Lecho Móvil por Medio de la Computación Electrónica" Dirección de Irrigación - UNI/Laboratorio Nacional de Hidráulica/Lima.
14. Bender, C. M., And Orzag, S. A. (1978). "Advanced Mathematical Methods For Scientists And Engineers." Mcgraw-hill Book Co., Inc., New York, N.Y.
15. Diplas, P. (1990). "Characteristics Of Self-formed Straight Channels." J. Hydr. Engrg., Asce, 116(5), 707-728.
16. Diplas, P., And Vigilar, G. G. (1992). "Hydraulic Geometry of Threshold Channels." J. Hydr. Engrg., Asce, 118(4), 597-614.
17. Glover, R. E., And Florey, Q. L. (1951). "Stable Channel Profiles." U.S. Bureau of Reclamation, Washington, D.C.
18. F.m. Henderson (1966). "Open Channel Flow" The Macmillan Company, New York; Collier-macmillan Limited, London.
19. Kovacs, A., And Parker, G. (1994). " A New Vectorial Bedload Formulation and Its Application To The Time Evolution of Straight River Channels." J. Fluid Mech., 267, 153-183.20.
20. Vigilar, G. G., And Diplas, P. (1992). "Design of a Threshold Channel." Proc., Asce Water Forum '92, Asce, New York, N.Y.
21. Vigilar, G. G., And Diplas, P. (1997). "Stable Channels With Movile Bed: Formulation and Numerical Solution." J. Hydr. Engrg., Asce, 123(3), 189-199.
22. Vigilar, G. G., And Diplas, P. (1998). " Stable Channels With Movile Bed: Model Verification and Grafical Solution." J. Hydr. Engrg., Asce, 124(11), 1097-1108.
23. Wolman, M. G., and Brush, L. M. (1961). "Factors Controlling the Size And Shape of Stream Channels In Course Non-coheSive Sands." Paper 282-g, U.s. Geological Survey, Washington, D.C.
24. Shames, Irving H. (1972) " La Mecánica de los Fluidos" Mc Graw Hill.
25. Von Karman, T. (1934) "Turbulence and Skin Friction", J Aeron Sci. , 1,1.
26. Asce Task Committee on Hydraulics Bank Mechanics, and Modeling of River Width Adjustment. (1998). "River Width Adjustment. I: Processes And Mechanism" J. Hydr. Engrg., Asce, 124(03).
27. Asce Task Committee on Hydraulics Bank Mechanics, and Modeling of River Width Adjustment. (1998). " River Width Adjustment. Ii: Modeling" J. Hydr. Engrg., Asce, 124(03).
28. Luna B. Leopold; M. Gordon Wolman; John P. Miller (1969) "Fluvial Processes In Geomorphology", John Wiley & Sons, New York.

## SIMBOLOS USADOS

- |              |   |   |
|--------------|---|---|
| A            | = | área de la sección transversal del cauce;                           |
| $A_{bank}$   | = | área de la sección transversal de la región del banco;              |
| $A_{bank}^*$ | = | área adimensional de la sección transversal de la región del banco; |
| B            | = | anchura entre cimas del cauce;                                      |

$B^*$	=	anchura adimensional entre cimas del cauce;	$R_s, \Delta$	=	gravedad específica sumergida del sedimento;
$B_f$	=	anchura de la región del flatbed;	$S$	=	pendiente longitudinal del cauce;
$B_f^*$	=	anchura adimensional de la región del flatbed;	$u$	=	velocidad media basada en la profundidad media de región del banco;
$B_s$	=	anchura total de las dos regiones encorvadas del banco;	$y$	=	distancia lateral del centro de cauce;
$B_s^*$	=	anchura total adimensional de las dos regiones encorvadas del banco;	$y^*$	=	distancia lateral adimensional del centro de cauce;
$D$	=	profundidad local;	$\alpha_1$	=	factor de corrección;
$C$	=	coeficiente de Chezy;	$\alpha_2$	=	coeficiente;
$D^*$	=	profundidad vertical adimensional;	$\alpha_3$	=	coeficiente;
$D_c$	=	profundidad al centro de cauce;	$\beta$	=	coeficiente de arrastre;
$d_{90}$	=	grano que clasifica según tamaño tal que 90% de sedimento es más fino;	$\mu$	=	coeficiente de fricción sumergido de material del cauce;
$d_{50}$	=	grano que clasifica según tamaño tal que 50% de sedimento es más fino;	$\tau_{cr}$	=	tensión de corte crítica;
$g$	=	aceleración causada por la gravedad;	$\phi$	=	el ángulo de reposo.
$k$	=	$d_{90}$ , aspereza de grano de arena equivalente lente;	$\delta$	=	$\tau/\rho g S$ , la profundidad de tensión;
$k^*$	=	aspereza adimensional de grano de arena equivalente;	$\delta^*$	=	$\delta/D_c$ profundidad adimensional de tensión;
$n$	=	coeficiente de aspereza o de Manning;	$\delta_{cr}$	=	$\tau_{cr} / \rho g S$ profundidad de tensión crítica del lecho;
$P_{bank}$	=	perímetro de la región del banco;	$\delta_{cr}^*$	=	$\delta_{cr} / D_c$ profundidad adimensional de tensión crítica del lecho;
$P$	=	perímetro mojado del cauce;	$\rho$	=	densidad del agua;
$Q$	=	descarga de agua;	$\rho_s$	=	densidad del sedimento;
$Q_s$	=	descarga de sedimento (carga de lecho);	$\tau_{ave}$	=	$\tau_{ave} / \rho g R_s d_{50}$ , esfuerzo de corte promedio adimensional sobre la región del flatbed;
$q_s$	=	transporte de carga de lecho por unidad de anchura;	$\tau_{cr}^*$	=	$\tau_{cr} / \rho g R_s d_{50}$ , esfuerzo de corte crítico adimensional o parámetro de Shields;
$Q_{bank}$	=	descarga encima de la región del banco;	$K$	=	constante de Von Karman.
$Q_{bank}^*$	=	descarga adimensional encima de la región del banco;			
$Q_f$	=	descarga encima de la región del flatbed;			
$R$	=	radio hidráulico;			