

IMPLEMENTACIÓN EN TIEMPO REAL DE UN SISTEMA DE CONTROL NO LINEAL DE POSICIÓN MULTIVARIABLE POR MODO DESLIZANTE

REAL TIME IMPLEMENTATION OF A NONLINEAR CONTROL SYSTEM OF MULTIVARIABLE POSITION FOR SLIDING MODE

Arturo Rojas Moreno¹, Ricardo Rodríguez Bustinza²

RESUMEN

El presente trabajo de investigación trata sobre el control de trayectoria de un manipulador robótico translacional multivariable de 2 grados de libertad que consta de un móvil accionado por una polea y un eslabón articulado en el CG (centro de gravedad) de dicho móvil. Este proceso será controlado mediante la técnica de control por modo deslizante. La acción de control esta orientada a controlar el movimiento translacional del móvil y el movimiento angular del brazo que es libre de girar en ambas direcciones. Las metas impuestas en este trabajo son: diseño, construcción, modelado, implementación y simulación en tiempo real del sistema, controlado con la ley de control por modo deslizante. Los resultados experimentales demuestran que las señales de control diseñadas pueden hacer que las salidas sigan eficientemente a trayectorias de referencia arbitrarias. El sistema del manipulador translacional, ha sido construido y diseñado, tomando como modelo al sistema del péndulo invertido.

Palabras clave: Advanced control + Implementation and design + Modeled + Controller + Sliding mode + MRTM system of 2DOF.

ABSTRACT

This research work deals with the real-time implementation of a nonlinear multivariable position control system which uses a sliding mode controller to generate the control forces. Such a control forces will be applied to a translational robot arm of 2 degrees of freedom that consist of a cart mounted on a pair of rails and a link mounted on a pivot point located on the cart. The cart and the link (the arm of the robot) are driven by DC servomotors. Experimental results obtained from the designed nonlinear control system will demonstrate that the designed control inputs applied on the servomotors make the outputs (sliding motion of the cart and angular positions of the arm) capable of tracking arbitrary trajectory.

Key words: Control avanzado, Diseño e implementación + Modelado + Controlador + Modo deslizante + Sistema MRTM de 2DOF.

INTRODUCCION

Muchas aplicaciones de manipuladores robóticos solo tratan el problema del control de posición. Sin

embargo, existen aplicaciones relacionadas con el seguimiento de trayectorias. Las estrategias de control de posición en general se emplean para trasladar la mano del manipulador de un lugar a

¹ Ph.D., Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional de Ingeniería. ² M. Sc., Profesor de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecatrónica de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería.

otro. Las estrategias de control de trayectoria también se emplean para el traslado de la mano, pero este traslado se realiza cumpliendo ciertas especificaciones de diseño (por ejemplo, el tiempo de establecimiento del sistema de posicionamiento, o la precisión), las cuales, no son fáciles de conseguir con las estrategias de control de posición (empleando por ejemplo controladores convencionales del tipo proporcional derivativo).

En este trabajo de investigación, el problema a resolver es diseñar e implementar un sistema de control por modo deslizante multivariable, para controlar el seguimiento de trayectorias arbitrarias en un manipulador robótico translacional de dos grados de libertad. Las variables a controlar son las trayectorias del carro y del brazo del manipulador.

El sistema de control debe ser capaz de hacer que las variables controladas sigan la evolución de las trayectorias de referencia arbitrarias con mínimo sobre impulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

El control por modo deslizante para un proceso multivariable, es un método que utiliza una superficie deslizante discontinua S , lo cual, garantiza la convergencia de la ley de control del sistema en un tiempo finito. La ley de control por modo deslizante es de naturaleza discontinua.

Cuando se usa con motores eléctricos, se presenta el fenómeno denominado «chattering», que se manifiesta en una oscilación sostenida de la señal de control, pudiendo ser dañina para el funcionamiento del sistema de control. Felizmente, este fenómeno puede disminuirse saturando la ley de control [2, 5].

MODELO DEL SISTEMA

El Manipulador Robótico Translacional Multivariable de 2 grados de libertad, que en adelante denominaremos MRTM, se muestra en la Fig. 1. M_1 es un servomotor de DC con un mecanismo de reducción y un encoder óptico articulado a una polea de radio R_p .

Esta polea usa un cable para transmitir la fuerza F_1 que maneja el movimiento corridizo de un carro de masa M_c montado a un par de rieles a lo largo del eje de x . M_2 también es un servomotor DC con

un encoder óptico empleado para manejar el movimiento rotatorio del brazo (libre de girar en ambas direcciones) del MRTM alrededor de un punto del pivote; se asume que tal punto es el CG (centro de gravedad) del carro.

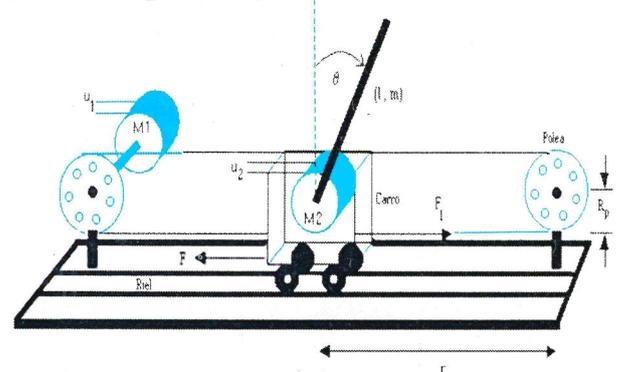


Fig. 1 Sistema MRTM.

En la Fig. 1, θ es la posición angular del brazo de longitud l y masa m , r es la posición del carro, F es la fuerza de fricción opuesta al movimiento del carro.

El proceso de lazo cerrado para ser controlado representa un proceso con dos entradas; los voltajes de control $K_{A1}u_1$ y $K_{A2}u_2$ aplicados a los terminales de armadura de M_1 y M_2 respectivamente, y dos salidas: r y θ . Los parámetros K_1 y K_2 son las ganancias de amplificación.

Dinámica del modelo y ecuaciones de energía

Antes de generalizar la ecuación dinámica de Lagrange, se debe de construir las condiciones de energía necesarias para cada componente del sistema.

El propósito de este modelo matemático es desarrollar y probar una ley de control en concordancia con la posición del carro y la posición vertical de equilibrio del brazo del manipulador.

Asumiremos que las dos componentes de la salida $y(r; \theta)$ son medibles y que la fuerza $u(u_1, u_2)$ es la entrada del control. Nuestro primer objetivo es encontrar la relación dinámica entre $u(u_1, u_2)$ e $y(r; \theta)$.

Para esto, nosotros usamos las ecuaciones de Lagrange. Para expresar la energía en este sistema, introducimos las variables en la ecuación de Lagrange. El principio de Lagrange nos permite escribir en forma directa las ecuaciones de movimientos de energía cinética T , energía potencial U y energía disipada D .

Implementación en tiempo real de un sistema de control no lineal de posición multivariable por modo deslizante

En otras palabras una vez que modelamos T , U y D , tendremos las ecuaciones dinámicas del sistema MRTM de 2DOF, cuyos términos de las energías individuales componen en su conjunto la totalidad energética del sistema.

$$T = \frac{1}{2} \left(M_c \dot{r}^2 + J\dot{\theta}^2 + m(\dot{r}^2 + rml \cos\theta \dot{\theta} + \frac{l^2 \dot{\theta}^2}{4}) \right)$$

$$U = \frac{1}{2} mgl \cos\theta$$

$$D = \frac{1}{2} (F_c \dot{r}^2 + C\dot{\theta}^2)$$

Las ecuaciones dinámicas de Lagrange, son desarrolladas para las variables que intervienen en el sistema [1, 2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{r}} \right) = F_1$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} \right) = T_L$$

Desarrollamos las ecuaciones de Lagrange arriba indicadas, luego obtenemos las ecuaciones parciales que describen a F_1 (fuerza que desarrolla el eje del motor M_1 para hacer girar la polea) y T_L (torque que desarrolla el motor M_2 para giro angular de la varilla). Sin embargo, si nosotros estamos interesados en tener como fuerzas de control a los voltajes de armadura u_1 y u_2 en lugar de F_1 y T_L , respectivamente, es necesario entonces modelar los subsistemas eléctricos servomotor-polea y servomotor-carro.

Así obtenemos las ecuaciones dinámicas del manipulador robótico:

$$u_1 = m_{11} \ddot{r} + p_{11} \dot{r} + m_{12} \cos\theta \ddot{\theta} + p_{12} \sin\theta \dot{\theta}^2$$

$$u_2 = m_{22} \ddot{\theta} + p_{22} \dot{\theta} + m_{21} \cos\theta \ddot{r} + d_{21} \sin\theta \dot{r}$$

Las Tablas 1 y 2, muestran los valores de los parámetros del manipulador y su descripción, los cuales, fueron empleados en los experimentos en tiempo real realizados.

Estos parámetros fueron identificados previamente empleando un método gráfico para el ajuste de la curva de la velocidad de los servomotores DC, cuya data fue obtenida en virtud de las pruebas experimentales a lazo abierto

Tabla 1. Valores del sistema

Símbolo	Valor	Unidades
M_c	1,6462	Kg.
m	0,0519	Kg
L	0,30	M
J	2,38e-4	Kgm ²
J_{eq}	3,0551e-4	Kgm ²
B_{eq}	5,38484e-4	Nms(rad) ⁻¹
C	9,5e-4	Kgm ² s ⁻¹
F_c	2,81	Kgs ⁻¹
g	9,81	ms ⁻²
K_A	5,5	Sin unidades
K_b	0,0565	Vs(rad) ⁻¹
K_m	0,0421	NmA ⁻¹
R_p	0,048	M
R_a	5,3	Ω
n	12,5	

Tabla 2. Parámetros del sistema

Símbolo	Descripción
M_c	Masa del carro
M	Masa del brazo
l	Longitud del brazo
J	Momento de inercia de la varilla
J_{eq}	Momento de inercia equivalente
B_{eq}	Fricción viscosa equivalente
C	Coefficiente de fricción viscosa varilla
F_c	Coefficiente de fricción del móvil
g	Aceleración de la gravedad
K_A	Constante de ganancia de amplificación
K_b	Constante fuerza contraelectromotriz
K_m	Constante de torque de motor
R_p	Radio de la polea
R_a	Resistencia de armadura
n	Factor de reducción

CONTROL POR MODO DESLIZANTE

El control por modo deslizante es un tipo particular de los sistemas de control de estructura variable que se caracteriza por presentar una ley de control de realimentación y una regla de decisión. Esta regla es una función de conmutación que tiene como entrada una medida del sistema actual y produce una salida particular de realimentación en un instante de tiempo.

En el control por modo deslizante, se diseña y construye un estado del sistema para que

permanezca dentro de una vecindad de la función de conmutación. Hay dos ventajas principales para este diseño, primero, la dinámica del sistema puede tolerar un cambio particular de la función de conmutación. Segundo, la respuesta en lazo cerrado es totalmente insensible a incertidumbres en el modelado. Por estas razones el control por modo deslizante cae dentro de la categoría de control robusto [3].

La ecuación del sistema manipulador puede ser escrita de la siguiente forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = -M^{-1} \left\{ P \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + Q + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right\}$$

donde:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{21} \end{bmatrix}$$

además, r es la posición del carro, θ es la posición angular del carro, $M(\theta)$ es la matriz de inercia definida positiva, $M(\theta, \dot{\theta})$ es la matriz de Coriolis, $Q(\theta)$ es la matriz de gravedad y (u_1, u_2) es el vector de fuerzas aplicadas al sistema.

Implementación de la ley de control

Asumiremos que los vectores de posición y velocidad deseadas son funciones continuamente diferenciables en el tiempo. La meta es que el sistema tenga que seguir la posición y velocidad actual de estos valores en tiempo real, lo que nos induce a considerar las siguientes superficies de conmutación.

$$S_i = (\dot{x} - \dot{x}_d) + C(x - x_d)$$

donde, $C = \text{diag}(c_i)$ $i = 1, 2$ constante, S_i es una trayectoria de la ecuación dinámica del sistema. Los vectores de error son definidos usualmente como $\tilde{x} = x - x_d$ y $\tilde{\dot{x}} = \dot{x} - \dot{x}_d$

Si se logra que todas las trayectorias originales converjan en la intersección de estas superficies, entonces para algún tiempo $t_0, S_i(t_0) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, se tendrá:

$$\tilde{\dot{x}} = -C_i \tilde{x} \quad \text{para } t < t_0$$

Por lo tanto, los errores de posición y velocidad convergen exponencialmente a cero. Escogemos la siguiente función de Lyapunov para nuestro análisis:

$$V(t, x) = \frac{1}{2} S^T M S$$

Analizando las derivadas para la superficie deslizante y función de Lyapunov, podemos seleccionar los controles u_1^+, u_2^- que aseguren la convergencia de todas las trayectorias en la intersección de las superficies de conmutación [6]. Esto puede expresarse en una forma más conveniente:

$$u_i^+ = (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i + u_i^+ \\ u_i^- = (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i + u_i^-$$

donde \hat{u}_{eq} es el estimado de u_{eq} y \hat{P} es el estimado de P . Con esta opción de control, nosotros debemos escoger u_1^+, u_2^- y para que:

$$u_i^+ + \varepsilon \leq (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i \leq u_i^- - \varepsilon \quad i = 1, \dots, n$$

Escogemos K_i de modo que:

$$K_i \geq |(\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i| + \varepsilon$$

entonces, con $u_i^- = K_i$ y $u_i^+ = K_i$ las desigualdades anteriores están satisfechas, y además obtenemos:

$$u_{oi} = \frac{1}{2}(u_i^+ + u_i^-) = (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i$$

y

$$U = \text{diag}(K_i)$$

De esta forma, se puede obtener u_i^+ y u_i^- . En síntesis, el control consiste en una estimación continua de $u_{eq} - PS$ y un término discontinuo que tienda a poner a cero $\hat{u}_{eq} - \hat{P}S$. Si consideraremos el diseño del controlador para el MRTM, entonces debemos emplear su modelo, es decir, las matrices $M(\theta)$, $P(\theta, \dot{\theta})$ y $Q(\theta)$.

Una apreciación bastante común es que el término gravitatorio dado por la matriz Q puede ser calculada con precisión en el tiempo real. Por consiguiente, bajo esta criterio, escogemos nuestra estimación de $u_{eq} - PS$. En el estado estacionario

el error de convergencia es cero; entonces, consideramos a \dot{x} y \ddot{x} iguales a cero. Para una referencia constante, la estimación de $u_{eq} - PS$ será igual a la matriz de gravedad Q [5].

Seleccionamos K_i como sigue:

$$K_i = \sum_{j=1}^2 (M_{ij} |\dot{x}_{dj} - c_j \ddot{x}_j| + P_{ij} |x_j - S_j|) + \varepsilon_i$$

donde las matrices \bar{M} y \bar{P} son entradas limitadas. La ley de control por modo deslizante está dado por:

$$u = Q(\theta) - K \text{sat}(S/\phi)$$

donde $\text{sat}(\cdot)$ es la función de saturación que se define como:

$$\text{sat}(S/\phi) = \begin{cases} S/\phi & \text{si } |S/\phi| \leq 1 \\ \text{sgn}(S/\phi) & \text{otro caso} \end{cases}$$

La ecuación general de la ley de control con saturación es entonces:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{21} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 \text{sat}(S_1/\phi) \\ K_2 \text{sat}(S_2/\phi) \end{bmatrix}$$

IMPLEMENTACION EN TIEMPO REAL

La implementación del sistema MRTM se muestra en la Fig. 2. Los componentes físicos (hardware) del sistema de control son: dos servomotores DC con codificadores ópticos incrementales (para detectar posiciones angulares) de 1250 cuentas por vuelta con salida a dos canales en cuadratura. También se tiene para cada variable controlada un generador de PWM que modula las señales de control para que luego sean desfasadas en 90° y un amplificador de potencia encargada de amplificar las señales que provienen del generador de PWM, de modo que su salida genere el control de inversión del giro del servomotor DC. La tarjeta de adquisición de datos LABPC+ es la encargada de manejar los datos de entrada/salida del sistema y está montada en una computadora personal con microprocesador Pentium. La detección de posición emplea un decodificador de cuadratura

que se encarga de leer los datos del codificador óptico para emitir salidas UP/DOWN al circuito contador, que a su vez tiene una salida de 16 bits que son entradas digitales a la tarjeta LABPC+ [4].

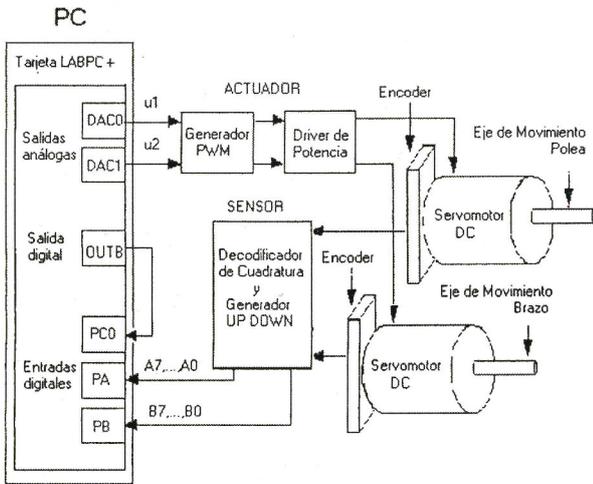


Fig. 2 Diagrama de bloque del sistema.

El circuito generador de PWM se muestra en la Fig. 3, el amplificador de potencia en la Fig. 4 y la tarjeta de lectura de doble encoder y manejo de datos entrada/salida con la LABPC+ en la Fig. 5.

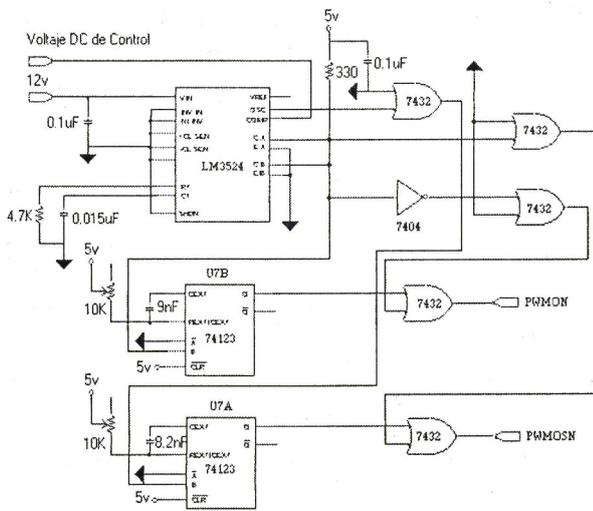


Fig. 3 Generador de PWM.

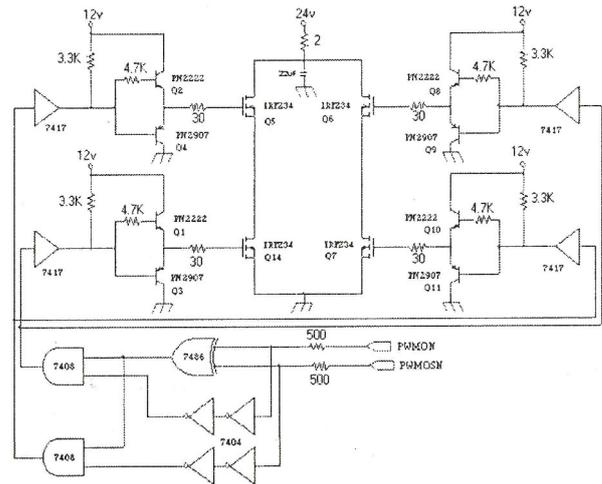


Fig. 4 Amplificador de potencia.

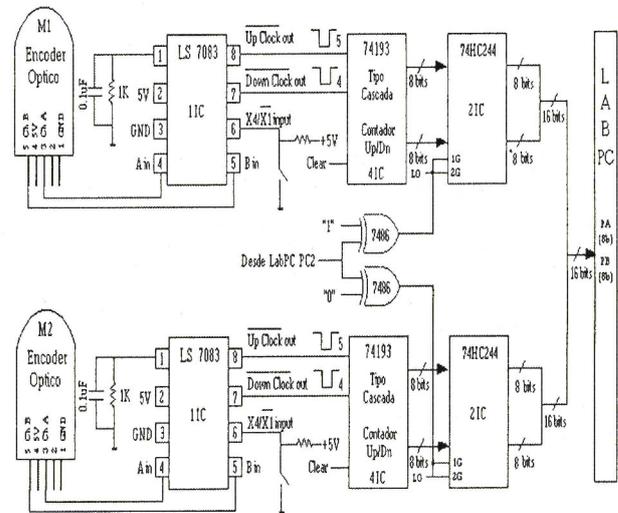


Fig. 5 Detección de posición.

La implementación del sistema de control actual se observa en la Fig. 6.

El sistema ha sido implementado en el laboratorio de proyectos de investigación en automatización y control de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Implementación en tiempo real de un sistema de control no lineal de posición multivariable por modo deslizante



Fig. 6 Implementación del sistema real

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados en tiempo real para el sistema MRTM, se muestran en las Figs. (7 - 12). Los parámetros de sintonía para la selección del control $c_1, c_2, ep_1, ep_2, \phi$ han sido fijados en el experimento con los valores: 98, 150, 0.1, 0.01 y 0.1 respectivamente.

El desarrollo de los resultados experimentales se estructuran en dos experimentos:

Experimento 1

Las condiciones iniciales $x_1=0m$ para el carro y $x_2=0rad$ para la posición angular del brazo, son usadas para los dos experimentos. Las trayectorias constantes deseadas para el carro y el brazo son $x_{d1}=0.1m$ y $x_{d2}=\pi/4rad$ respectivamente. El tiempo de prueba utilizado es de 50 seg.

La Fig. 7 muestra las salidas controladas para la posición del carro y posición angular brazo. El tiempo de establecimiento es en promedio de 3 seg.

El sistema de control es capaz de hacer que las variables controladas sigan la evolución de las trayectorias de referencia arbitrarias con mínimo sobre impulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

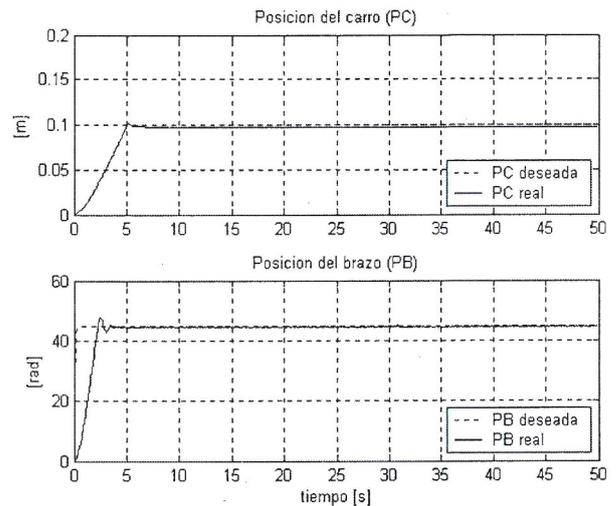


Fig. 7 Salidas controladas para la posición del carro y posición angular del brazo.

La Fig. 8, muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo. Se observa que las amplitudes en ambos casos presentan una pequeña oscilación a lo largo de su recorrido, la cual, se debe al torque que producen los servomotores DC.

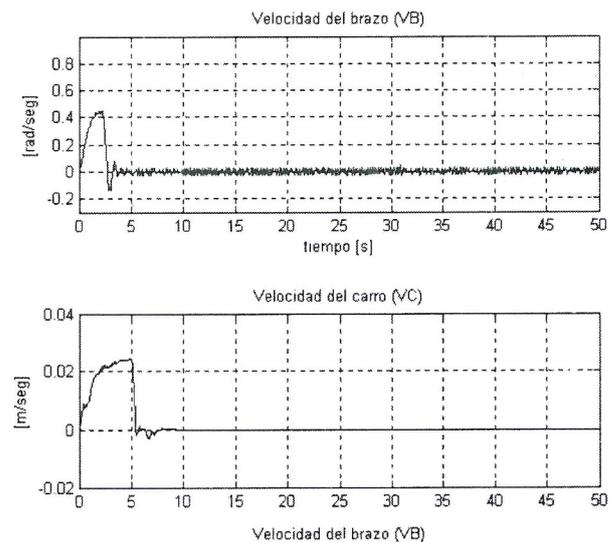


Fig. 8 Salidas de la velocidad para el carro y para el brazo

La Fig. 9, muestra la ley de control del sistema. La oscilación autosostenida de la ley de control es abrupta en un instante de tiempo corto. Se observa el gran esfuerzo que hacen los servomotores para que el sistema sea controlado (los ejes conmutan en ambos sentidos a una frecuencia de 40Hz).

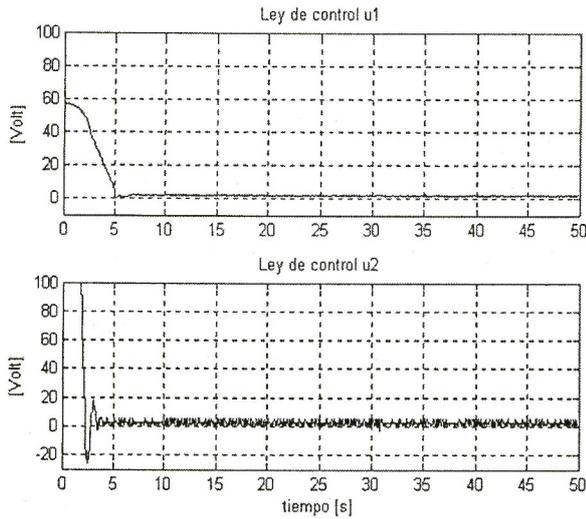


Fig. 9 Señales de control para el servomotor 1 y servomotor 2.

Experimento 2

Las trayectorias deseadas para el carro y brazo son:

$$x_{d1} = 0.2 \cos(2K\pi T/40) m \text{ y}$$

$$x_{d2} = \pi \cos(2K\pi T/40) rad \text{ respectivamente.}$$

El tiempo de prueba es de 50 seg. La Fig. 10, muestra la salida controlada realizando un seguimiento a la señal deseada. Las señales se han fijado a una frecuencia de $f = 40\text{Hz}$ de ciclo senoidal y con amplitudes de $0,2\text{m}$ y πrad que indican el movimiento de traslación del carro en $0,4\text{m}$ y el movimiento angular del brazo de $2\pi rad$ en ambos sentidos.

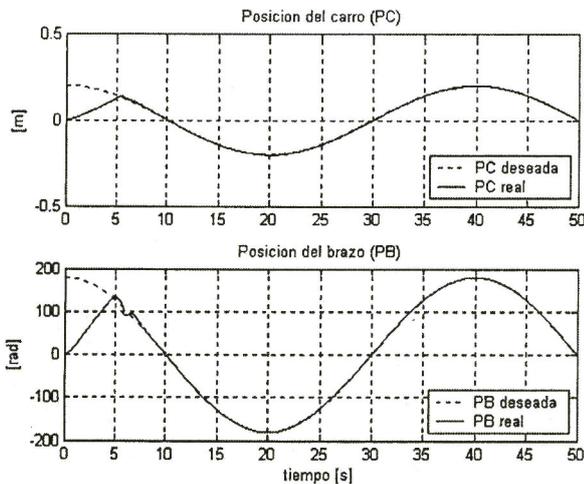


Fig. 10 Salidas controladas con trayectoria senoidal para la posición del carro y posición angular del brazo.

La Fig. 11, muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo para la trayectoria senoidal.

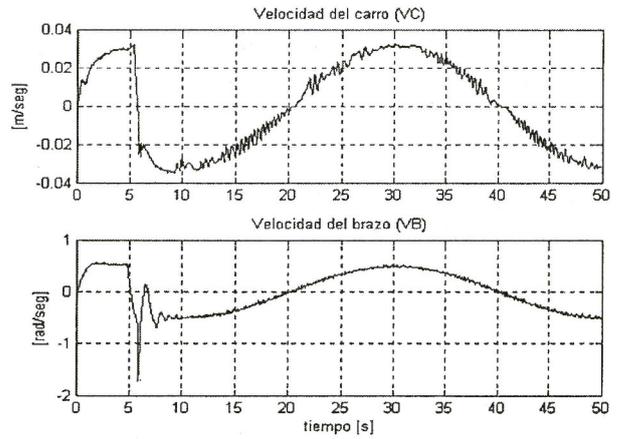


Fig. 11 Salidas de velocidad para el carro y para el brazo con trayectoria senoidal.

La Fig. 12, muestra la ley de control del sistema para la trayectoria senoidal. Presenta oscilaciones auto sostenidas de la ley de control para una frecuencia de 40Hz .

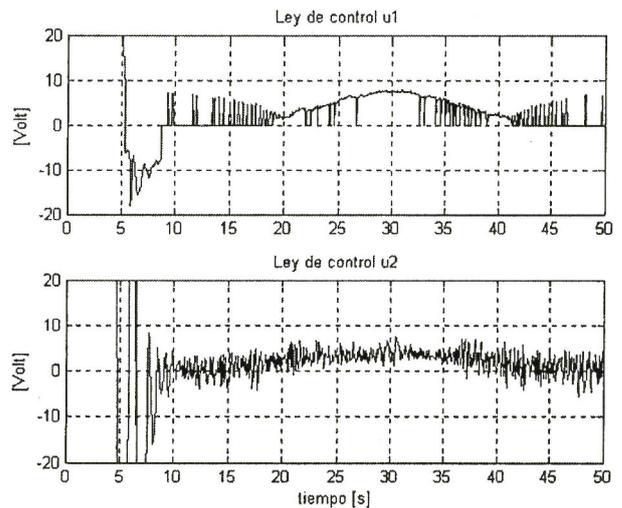


Fig. 12 Señales de control para el servomotor 1 y servomotor 2.

CONCLUSIONES

Para realizar este trabajo de investigación, el proceso ha tenido que ser construido totalmente. En su construcción se ha optado por utilizar materiales de aluminio en la fabricación de la riel, el carro, las poleas y el brazo. En lo que respecta a la parte mecánica se ha tomado en cuenta el buen diseño de los goznes

motor-polea y motor-brazo, para evitar posibles desajustes que puedan ocasionar errores en la experiencia.

Para el diseño del sistema de control se requiere tener el modelo del proceso porque así lo requiere la técnica de control por modo deslizante. Las simulaciones realizadas han demostrado que el modelo obtenido es válido y cumple con las exigencias de un modelo no lineal multivariable con propósitos de control.

La implementación en tiempo real del sistema de control de posición no lineal multivariable empleando la técnica de modos deslizantes ha demostrado que cumple las condiciones de diseño impuestas previamente: seguimiento de las salidas controladas con respecto a señales arbitrarias de referencia con mínimo sobre impulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

REFERENCIAS

1. **Khalil H, K.**, "Nonlinear Systems", Prentice Hall, 1996. EE.UU
2. **Slotine, E., Li, W.**, "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, 1991. EE.UU
3. **Edwards, C., Spurgeon, S.**, "Sliding Mode Control", Taylor and Francis, 1998.
4. **Rojas Moreno, A.**, "Control Avanzado", Publicación independiente, ISBN 9972-9318-0-3, 2001. Lima, Perú
5. **Bailey, E., Araposthatis, A.**, "Simple Mode Sliding Control", 1996. EE.UU
6. **Koditschek D.E.**, Proc. 23rd I.E.E.E. Conf. On Decision and Control, Las Vegas, pp. 733, 1984. EE.UU

Recepción de Originales: Noviembre 2004

Aceptación de Originales: Marzo 2005

Correspondencia: rirodbus@uni.edu.pe